Activité documentaire n° 1 – De la vitesse moyenne à la vitesse instantanée

▶ Introduction

Avant l'ouverture du parc, le bureau d'études mène une campagne d'essais sur les attractions. Pour chacune, il doit indiquer dans son rapport à quelle vitesse se déplacent les visiteurs. Dans l'activité expérimentale précédente, vous avez appris à pointer un système et à repérer ses positions successives ; il s'agit maintenant d'exploiter ces informations pour décrire la vitesse d'un système.
La vitesse moyenne d'un trajet suffit-elle à décrire la vitesse d'une attraction à chaque instant ?

✓ Savoirs et savoir-faire

Savoirs	Savoir-faire / capacités
• La vitesse moyenne sur un trajet. • La vitesse instantanée en un point d'un pointage : $v_i \approx \dfrac{M_i M_{i+1}}{\Delta t}$. • Le vecteur vitesse : origine, direction, sens, norme. • Mouvements rectilignes uniforme et non uniforme ; mouvement circulaire uniforme.	• Calculer une vitesse moyenne et la convertir en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$. • Mesurer des distances sur un pointage et les convertir à l'aide d'une échelle. • Calculer une vitesse instantanée et tracer un vecteur vitesse à l'échelle. • Caractériser un mouvement à partir de l'évolution du vecteur vitesse.

1. La vitesse moyenne d'un tour de montagnes russes

♡ À retenir

La **vitesse moyenne** d'un système qui parcourt une distance d pendant une durée Δt est :

$$v_{\text{moy}} = \frac{d}{\Delta t}$$

d en mètres (m)
Δt en secondes (s)
v_{moy} en mètres par seconde ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)

Une vitesse s'exprime aussi en kilomètres par heure ($\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$), avec 1 km = 1000 m et 1 h = 3600 s.

Document 1 – Fiche technique du « Rail des Mineurs »

Caractéristique	Valeur
Longueur du parcours (de la sortie de la gare au retour en gare)	720 m
Durée du parcours	1 min 30 s
Vitesse maximale (bas de la grande descente)	65 $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

Données de l'attraction fictive du parc, établies par le bureau d'études.

1. Calculer la vitesse moyenne v_{moy} du wagonnet sur l'ensemble du parcours. Rédiger le calcul complet : relation utilisée, application numérique avec les unités, résultat avec son unité et deux chiffres significatifs.

✓ Correction

Durée du parcours : $\Delta t = 1\,\text{min}\,30\,\text{s} = 60\,\text{s} + 30\,\text{s} = 90\,\text{s}$.

$$v_{\text{moy}} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{720\,\text{m}}{90\,\text{s}} = 8{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

2. Exprimer cette vitesse moyenne en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

✓ Correction

En 1 s, le wagonnet parcourt en moyenne 8,0 m ; en 1 h = 3600 s, il parcourt donc $8{,}0\,\text{m} \times 3600 = 28\,800\,\text{m} = 28{,}8\,\text{km}$.

$$v_{\text{moy}} = 28{,}8\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1} \approx 29\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$$

Pour passer des $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ aux $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, on multiplie donc par $\dfrac{3600}{1000} = 3{,}6$.

3. Comparer la vitesse moyenne à la vitesse maximale indiquée dans le **Document 1**. La vitesse moyenne permet-elle de connaître la vitesse du wagonnet à chaque instant du parcours ? Justifier.

✓ Correction

La vitesse moyenne ($29\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$) est plus de deux fois plus petite que la vitesse maximale ($65\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$) atteinte en bas de la grande descente. Le wagonnet va donc parfois beaucoup plus vite, parfois beaucoup plus lentement (départ de la gare, montées, freinage) que $29\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$: la vitesse moyenne ne permet pas de connaître sa vitesse à chaque instant. Il faut pour cela la **vitesse instantanée**.

2. La vitesse instantanée : un mouvement rectiligne

♡ À retenir

La **vitesse instantanée** est la vitesse du système à un instant donné. Sur un pointage où les positions M_0, M_1, M_2… sont relevées à intervalles de temps égaux Δt, la vitesse au point M_i est approchée par la vitesse moyenne entre ce point et le point suivant :

$$v_i \approx \frac{M_iM_{i+1}}{\Delta t} \qquad M_iM_{i+1} \text{ en m ; } \Delta t \text{ en s ; } v_i \text{ en } \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

L'approximation est d'autant meilleure que Δt est petit (signe $\approx$, jamais $=$).
La vitesse au point M_i se représente par un **vecteur vitesse** $\vec{v_i}$:

- **origine** : le point M_i ;
- **direction** : celle de la droite (M_iM_{i+1}) ;
- **sens** : celui du mouvement, de M_i vers M_{i+1} ;
- **norme** (longueur) : proportionnelle à v_i, selon une échelle de tracé.

Le dernier point du pointage n'a pas de point suivant : on n'y trace pas de vecteur vitesse.

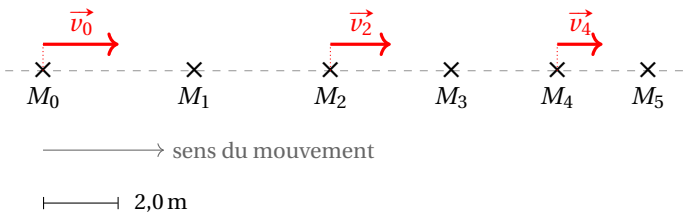
Document 2 – Le pointage d'un essai de freinage

Sur la portion rectiligne de fin de rail, le wagonnet du « Rail des Mineurs » effectue un essai de freinage. Le wagonnet est modélisé par un point M dont six positions M_0 à M_5 ont été relevées à intervalles de temps égaux :

$$\Delta t = 0{,}50\,\text{s}.$$

Le pointage est imprimé en **taille réelle** : il se mesure directement à la règle graduée.

Échelle de distance : un écart de 1,0 cm *sur le document correspond à* 2,0 m *dans la réalité.*



Activité documentaire n° 1 – De la vitesse moyenne à la vitesse instantanée

4. Mesurer sur le **Document 2** la distance entre deux positions successives, la convertir en mètres à l'aide de l'échelle de distance, puis compléter le tableau (une colonne par segment M_iM_{i+1}).

Segment	Échelle	M_0M_1	M_1M_2	M_2M_3	M_3M_4	M_4M_5
M_iM_{i+1} mesurée sur le document (cm)	1,0	2,0	1,8	1,6	1,4	1,2
M_iM_{i+1} dans la réalité (m)	2,0	4,0	3,6	3,2	2,8	2,4

✓ Correction

D'après l'échelle ($1{,}0\,\text{cm} \leftrightarrow 2{,}0\,\text{m}$), chaque distance mesurée en cm est multipliée par 2 pour obtenir la distance réelle en m. Exemple : $M_0M_1 = 2{,}0 \times 2{,}0\,\text{m} = 4{,}0\,\text{m}$.

5. À l'aide de la relation de l'encadré « À retenir », calculer les vitesses v_0, v_2 et v_4 du wagonnet aux points M_0, M_2 et M_4. Pour chaque calcul : écrire la relation, faire l'application numérique avec les unités et donner le résultat avec son unité (deux chiffres significatifs).

✓ Correction

$$v_0 \approx \frac{M_0M_1}{\Delta t} = \frac{4{,}0\,\text{m}}{0{,}50\,\text{s}} = 8{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \qquad v_2 \approx \frac{M_2M_3}{\Delta t} = \frac{3{,}2\,\text{m}}{0{,}50\,\text{s}} = 6{,}4\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_4 \approx \frac{M_4M_5}{\Delta t} = \frac{2{,}4\,\text{m}}{0{,}50\,\text{s}} = 4{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

6. L'échelle de tracé des vecteurs vitesse est : $1{,}0\,\text{cm} \leftrightarrow 8{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Compléter le tableau de proportionnalité, puis tracer sur le **Document 2** les vecteurs $\vec{v_0}$, $\vec{v_2}$ et $\vec{v_4}$, juste au-dessus de la trajectoire.

	Échelle	$\vec{v_0}$	$\vec{v_2}$	$\vec{v_4}$
vitesse (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	8,0	8,0	6,4	4,8
longueur tracée (en cm)	1,0	1,0	0,8	0,6

✓ Correction

Longueur tracée $= \dfrac{v_i}{8{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}} \times 1{,}0\,\text{cm}$; par exemple pour $\vec{v_2}$: $\dfrac{6{,}4}{8{,}0} \times 1{,}0\,\text{cm} = 0{,}8\,\text{cm}$. Les trois vecteurs sont tracés en rouge sur le **Document 2** : origine au point M_i, direction du rail, sens du mouvement. Un vecteur vitesse ne s'arrête pas forcément au point suivant : sa longueur dépend uniquement de l'échelle choisie.

7. En vous appuyant sur les vecteurs tracés, décrire l'évolution du vecteur vitesse quand i augmente, en distinguant sa **direction**, son **sens** et sa **norme**. En déduire la nature du mouvement du wagonnet pendant l'essai : forme de la trajectoire, puis évolution de la vitesse.

✓ Correction

- **Direction** : constante, c'est celle du rail.
- **Sens** : constant, c'est le sens du mouvement.
- **Norme** : elle diminue ($8{,}0 \to 6{,}4 \to 4{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) : les vecteurs sont de plus en plus courts.

La trajectoire est une droite et la vitesse diminue : le mouvement du wagonnet est **rectiligne ralenti** (rectiligne non uniforme).

8. Un second essai, réalisé à vitesse constante sur la même voie rectiligne, donnerait des positions successives également espacées. Sans aucun calcul, comment évoluerait le vecteur vitesse au cours de ce mouvement ? Nommer ce mouvement.

✓ Correction

Les distances M_iM_{i+1} étant toutes égales, les vitesses v_i sont égales : le vecteur vitesse garde la même direction, le même sens et la même norme, il est **constant**. Le mouvement est **rectiligne uniforme**.

3. La vitesse instantanée : un mouvement circulaire

La vitesse instantanée et le vecteur vitesse se déterminent exactement de la même manière lorsque la trajectoire n'est pas une droite (encadré « À retenir » de la partie 2).

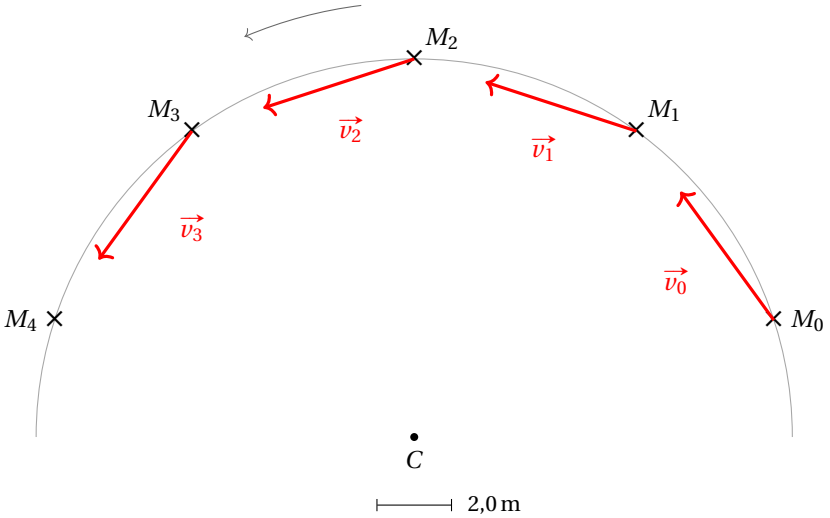
Document 3 – Le pointage d'un siège des chaises volantes

Le manège de chaises volantes « l'Envolée » tourne autour de son axe central C. Une caméra placée au-dessus du manège (vue de dessus) a relevé cinq positions M_0 à M_4 d'un siège, modélisé par un point, à intervalles de temps égaux :

$$\Delta t = 1{,}0\,\text{s}.$$

Le siège décrit un cercle de rayon 10 m. Le pointage est imprimé en **taille réelle**.

Échelle de distance : 1,0 cm *sur le document correspond à* 2,0 m *dans la réalité.*



9. Mesurer sur le **Document 3** les distances entre positions successives, puis compléter le tableau. Détailler ci-dessous le calcul de la vitesse v_0.

Segment	Échelle	M_0M_1	M_1M_2	M_2M_3	M_3M_4
M_iM_{i+1} mesurée sur le document (cm)	1,0	3,1	3,1	3,1	3,1
M_iM_{i+1} dans la réalité (m)	2,0	6,2	6,2	6,2	6,2
vitesse v_i ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	—	6,2	6,2	6,2	6,2

✓ Correction

$$v_0 \approx \frac{M_0M_1}{\Delta t} = \frac{6{,}2\,\text{m}}{1{,}0\,\text{s}} = 6{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Activité documentaire n° 1 – De la vitesse moyenne à la vitesse instantanée

10. L'échelle de tracé des vecteurs vitesse est : $1{,}0\,\text{cm} \leftrightarrow 3{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Calculer la longueur des vecteurs vitesse, puis tracer sur le **Document 3** les vecteurs $\vec{v_0}$, $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$ et $\vec{v_3}$.

	Échelle	$\vec{v_0}$	$\vec{v_1}$	$\vec{v_2}$	$\vec{v_3}$
vitesse (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	3,0	6,2	6,2	6,2	6,2
longueur tracée (en cm)	1,0	2,1	2,1	2,1	2,1

✓ Correction

Les quatre vitesses valent $6{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, donc les quatre vecteurs ont la même longueur :

$$L = \frac{6{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{3{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}} \times 1{,}0\,\text{cm} \approx 2{,}1\,\text{cm}$$

Les vecteurs sont tracés en rouge sur le **Document 3** : origine au point M_i, direction de la droite (M_iM_{i+1}), sens du mouvement (vers M_{i+1}).

11. Comparer les vecteurs tracés : leur norme change-t-elle? Leur direction change-t-elle? Le vecteur vitesse du siège est-il constant? En déduire la nature du mouvement du siège : forme de la trajectoire, puis évolution de la vitesse.

✓ Correction

Les vecteurs ont tous la même longueur : leur **norme ne change pas** ($6{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$). En revanche, leur **direction change** d'un point à l'autre, en suivant la courbure de la trajectoire. Le vecteur vitesse n'est donc **pas constant**, même si la valeur de la vitesse l'est.
La trajectoire est un cercle de centre C et la valeur de la vitesse est constante : le mouvement du siège est **circulaire uniforme**.

✎ Remarque

Sur une trajectoire courbe, la droite (M_iM_{i+1}) s'écarte un peu de la direction du mouvement au point M_i. Plus Δt est petit, plus les points M_i et M_{i+1} sont proches et plus le vecteur vitesse se rapproche de la **tangente** à la trajectoire au point M_i.

♡ À retenir

- La **vitesse moyenne** sur un trajet vaut $v_{\text{moy}} = \dfrac{d}{\Delta t}$; elle ne renseigne pas sur la vitesse à chaque instant. $1\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} = 3{,}6\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.
- La **vitesse instantanée** au point M_i d'un pointage est approchée par $v_i \approx \dfrac{M_iM_{i+1}}{\Delta t}$ (Δt petit). Elle est représentée par le **vecteur vitesse** $\vec{v_i}$: origine M_i, direction (M_iM_{i+1}), sens du mouvement, longueur proportionnelle à v_i.
- **Mouvement rectiligne** : la direction du vecteur vitesse est constante. Il est **uniforme** si la norme est constante, **non uniforme** (accéléré ou ralenti) sinon.
- **Mouvement circulaire uniforme** : la norme du vecteur vitesse est constante mais sa direction change : le vecteur vitesse n'est pas constant.