

Les formules ne sont pas à connaître par cœur, mais vous devez avoir cette feuille sur vous afin de déterminer une incertitude notamment lors des séances de TP!

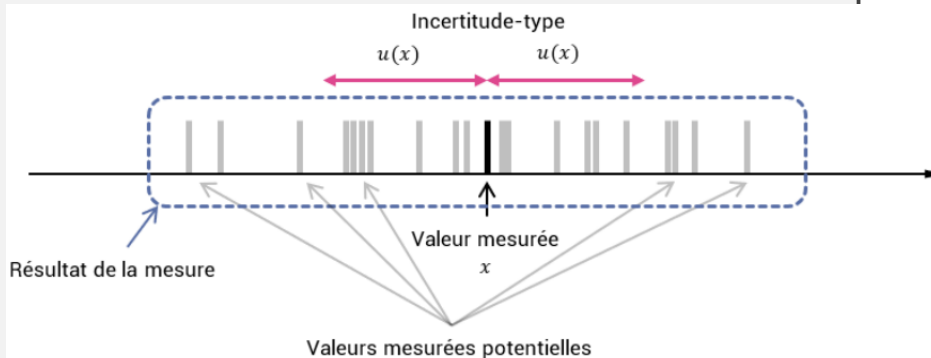
Une valeur mesurée n'est jamais égale à une « valeur vraie ». La valeur vraie est la valeur que l'on obtiendrait par une mesure parfaite, donc elle n'est jamais connue. L'incertitude sur une mesure est une estimation de l'erreur sur la mesure. Pour la mesure d'une grandeur notée x , elle se note $u(x)$.

A Retenir

Donner un résultat avec son incertitude consiste à l'écrire sous la forme :

$$x = x_{\text{mesuré}} \pm u(x)$$

L'incertitude s'exprime généralement avec deux chiffres significatifs. Il faut que le résultat soit exprimé en fonction de l'incertitude obtenue (voir exemple ci-dessous)



Exemple : Une mesure de masse donne un résultat de 48,95 g avec une incertitude associée à la balance de $u(m) = 0,10$ g. Ecrire le résultat sous la forme $x = x_{\text{mesuré}} \pm u(x)$

✓ Correction

L'incertitude $u(m)$ est donnée au centième de gramme : la valeur mesurée s'exprime donc avec la même précision.

$$m = (48,95 \pm 0,10) \text{ g}$$

1 Incertitude de type A : Lors d'une mesure répétée un grand nombre de fois.

Cette méthode, assez peu utilisée, correspond à une approche statistique qui permet d'obtenir l'incertitude. Trois étapes pour obtenir l'incertitude $u(x)$:

- Calculer la moyenne des N mesures de x
- Calculer l'écart type « S » par rapport à la moyenne (à la calculatrice!) formule de l'écart-type : $S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$
- L'incertitude est donnée ensuite par la relation $u(x) = \frac{S}{\sqrt{N}}$

Exemple : Voici une série de mesures de valeur de pH d'une solution d'acide chlorhydrique à la concentration de $1,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

2,26	2,05	1,92	1,87	2,11	2,18	2,07	1,93
------	------	------	------	------	------	------	------

Déterminer l'incertitude sur la valeur de pH et exprimer le résultat avec son incertitude associée sous la forme $pH = \overline{pH} \pm u(pH)$.

✓ Correction

Moyenne : $\overline{pH} = \frac{2,26 + 2,05 + 1,92 + 1,87 + 2,11 + 2,18 + 2,07 + 1,93}{8} = 2,049$

Écart-type : $S \approx 0,127$

Incertitude : $u(pH) = \frac{S}{\sqrt{N}} = \frac{0,127}{\sqrt{8}} \approx 0,045$

Résultat :

$$pH = 2,049 \pm 0,045$$

2 Incertitude de type B : Utilisée lors d'une mesure unique

2.1 Incertitude composée

C'est cette méthode que l'on va le plus utiliser lors des TP. La première chose à faire est de savoir déterminer les différentes sources d'incertitudes possibles :

- Incertitude de lecture (par exemple un volume sur une burette graduée ou une distance sur une règle graduée.)
- Incertitude sur l'appareil de mesure : généralement fournie par le constructeur. Par exemple une pipette de 10,0 mL peut être précise à plus ou moins 0,1 mL près

L'incertitude totale est donnée par la relation $u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 \dots}$

2.2 Lors d'une grandeur calculée : Propagation des incertitudes

Si la grandeur x est calculée à partir d'une relation qui ne contient que des produits et des quotients : $x = y \times z$ ou $x = \frac{y}{z}$ alors l'incertitude est donnée par la relation :

$$u(x) = x \times \sqrt{\left(\frac{u(y)}{y}\right)^2 + \left(\frac{u(z)}{z}\right)^2}$$

Par exemple, une solution que l'on prépare en TP possède une valeur d'**incertitude-type sur sa concentration** due principalement à la **précision du matériel utilisé**. Chaque pièce de verrerie possède sa propre incertitude-type qui est indiquée dessus. Une mesure réalisée à l'aide d'une balance possède également sa propre incertitude-type, qui dépend de la précision de la balance.

Une grande incertitude ne signifie pas que la mesure est mauvaise, mais que le matériel utilisé n'est pas approprié pour réaliser une mesure plus précise.



Exemple : Si la masse volumique d'une espèce chimique est calculée à partir de la formule $\rho = \frac{m_{\text{solution}}}{V_{\text{solution}}}$ alors l'incertitude-type se détermine par la relation

$$u(\rho) = \rho \times \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(V)}{V}\right)^2}$$

On cherche à déterminer la masse volumique de l'eau. La balance donne une valeur de $m = 48,95\text{ g}$ pour un volume mesuré de $50,0\text{ mL}$. Les incertitudes sont de $u(m) = 0,10\text{ g}$ et de $u(V) = 0,060\text{ mL}$. Calculer l'incertitude sur la masse volumique et exprimer le résultat correctement.

✓ Correction

Masse volumique : $\rho = \frac{m}{V} = \frac{48,95\text{ g}}{50,0\text{ mL}} = 0,979\text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$

Incertitude : $u(\rho) = \rho \times \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(V)}{V}\right)^2} = 0,979 \times \sqrt{\left(\frac{0,10}{48,95}\right)^2 + \left(\frac{0,060}{50,0}\right)^2} \approx 0,0023\text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$

Résultat :

$$\rho = (0,9790 \pm 0,0023)\text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$$

3 Comparaison à une valeur de référence : le z-score

Afin de comparer un résultat à une valeur de référence, on utilise le z-score. On considère que la valeur déterminée expérimentalement est compatible à la valeur de référence si ce z-score est inférieur à 2. Il est défini par la formule

$$z = \frac{|x_{\text{ref}} - x_{\text{exp}}|}{u(x)}$$

Exemple : Calculer le z-score sur le résultat de la masse volumique déterminé précédemment.

✓ Correction

La masse volumique de référence de l'eau est $\rho_{\text{ref}} = 1,00 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ (soit $1000 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$) :

$$z = \frac{|\rho_{\text{ref}} - \rho_{\text{exp}}|}{u(\rho)} = \frac{|1,00 - 0,979|}{0,0023} \approx 9,1$$

$z > 2$: la valeur expérimentale n'est **pas compatible** avec la valeur de référence, la mesure comporte probablement une erreur.