

Activité expérimentale n° 5 – Détermination de l'épaisseur d'un cheveu

► Introduction

La diffraction est le phénomène d'étalement d'une onde lors du passage de cette onde par une fente de largeur « a » de taille égale à quelques longueurs d'onde λ ou moins. Le but de cette séance est d'étudier ce phénomène de diffraction d'abord d'un point de vue qualitatif puis quantitatif dans un deuxième temps.

✓ Savoirs et savoir-faire

Savoirs	Savoir-faire / capacités
• Phénomène de diffraction d'une onde. • Angle caractéristique de diffraction et relation entre θ, λ et a. • Théorème de Babinet (ouvertures complémentaires). • Approximation des petits angles ($\tan \theta \approx \theta$). • Droite d'étalonnage, incertitude-type et encadrement.	• Étudier qualitativement la diffraction avec une cuve à onde. • Exploiter une figure de diffraction pour relier les grandeurs θ, D et L. • Rédiger et mettre en œuvre un protocole de mesure par étalonnage. • Modéliser une droite d'étalonnage et exploiter son coefficient directeur. • Calculer une incertitude-type et valider une mesure par un encadrement.

Partie I – Étude qualitative du phénomène de diffraction

Une cuve à onde permet de visualiser la propagation des ondes à la surface de l'eau. Il est ainsi possible d'étudier qualitativement le phénomène de diffraction en modifiant deux paramètres :

- la longueur d'onde « λ » ;
- la largeur de la fente « a » .

L'étalement de l'onde derrière l'ouverture est caractérisé par l'angle caractéristique de diffraction, noté θ : il s'agit du demi-angle d'ouverture du cône de diffraction.

Lien vers l'animation ! : <https://physiquechimie.xyz/cours/term-diffraction/#animation-diffraction>

1. À l'aide de l'animation, observer comment évolue l'étalement de l'onde :

- lorsque la largeur de la fente « a » est fixée et que la longueur d'onde λ augmente ;
- lorsque la longueur d'onde λ est fixée et que la largeur de la fente « a » augmente.

Voici trois formules possibles reliant l'angle caractéristique de diffraction θ , la longueur d'onde λ et la largeur de la fente « a ». En justifiant à l'aide de vos observations, entourer la bonne formule. Sur le schéma, indiquez ce que représentent a , λ et θ .

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

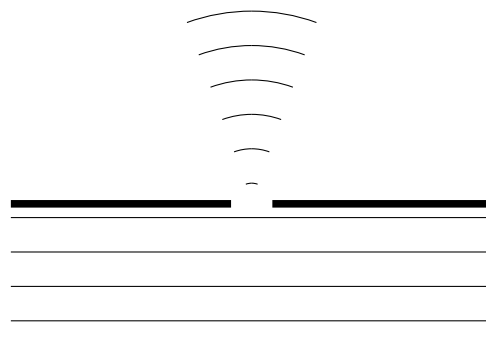
$$\theta = \lambda \times a$$

$$\theta = \frac{a}{\lambda}$$

✓ Correction

À a fixée, l'étalement (donc θ) augmente lorsque λ augmente : θ est proportionnel à λ . À λ fixée, l'étalement diminue lorsque a augmente : θ est inversement proportionnel à a . La bonne formule est donc $\theta = \frac{\lambda}{a}$.

Sur le schéma : a est la largeur de la fente, λ la distance entre deux frondes successives (périodicité spatiale de l'onde) et θ le demi-angle d'ouverture du cône de diffraction derrière la fente.



Partie II – Mesure de l'épaisseur d'un cheveu!

Document 1 – Matériel à votre disposition

Vous disposez :

- d'un LASER Hélium-Néon de longueur d'onde $\lambda = 632,8 \text{ nm}$
- d'un jeu de fentes de différentes largeurs
- d'un cheveu
- d'un écran blanc
- d'un mètre ruban et d'un double décimètre

Document 2 – Précautions de sécurité

On dispose d'une source LASER. Elle produit un faisceau lumineux très directif et de forte puissance lumineuse susceptible d'altérer la rétine de manière irréversible. **ATTENTION : ne jamais regarder directement le faisceau de lumière d'un LASER ni placer sur son trajet des objets réfléchissants (montre, bagues, règle métallique...).**

Document 3 – Le théorème de Babinet

Ce théorème décrit ce que l'on peut attendre des figures de diffraction de deux ouvertures complémentaires. Des ouvertures sont dites complémentaires si la partie ouverte de l'une des ouvertures épouse parfaitement la partie fermée de l'autre ouverture. Ainsi un cheveu d'épaisseur e est complémentaire d'une fente de même ouverture a .

Le théorème de Babinet stipule donc que la figure de diffraction créée par deux ouvertures complémentaires est identique sauf au centre de la figure. **La largeur de la tache centrale de diffraction sera donc la même pour deux ouvertures complémentaires.**

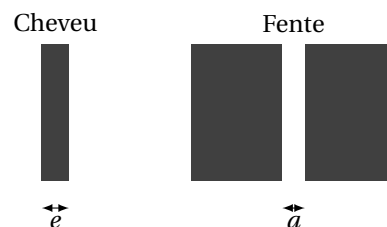
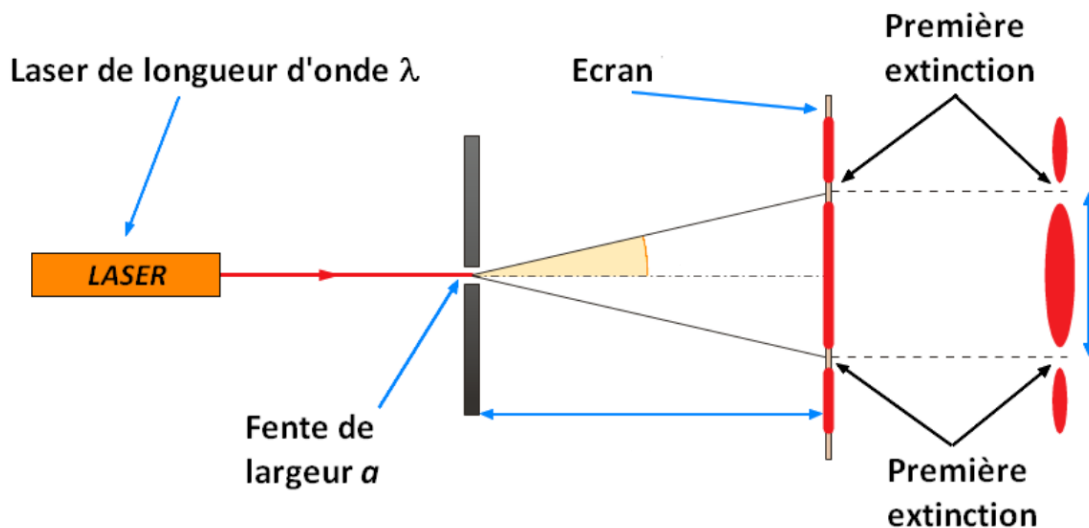


FIGURE 1 – Deux ouvertures complémentaires

Travail à effectuer

2. Faire apparaître sur le schéma ci-dessous les différentes grandeurs θ , D et L .



✓ Correction

Sur le schéma : D est la distance entre la fente et l'écran (double flèche horizontale sous l'axe) ; θ est le demi-angle au sommet du cône de diffraction, entre l'axe et la direction de la première extinction (angle du cône jaune) ; L est la largeur de la tache centrale, c'est-à-dire la distance entre les deux premières extinctions (double flèche verticale à droite).

Activité expérimentale n° 5 – Détermination de l'épaisseur d'un cheveu

3. En déduire une relation géométrique entre ces trois grandeurs.

✓ Correction

Dans le triangle rectangle formé par l'axe, l'écran et la direction de la première extinction :

$$\tan \theta = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$$

4. En se plaçant dans l'approximation des petits angles, $\sin \theta \approx \theta$ et $\tan \theta \approx \theta$. En déduire une relation entre λ , a , D et L .

✓ Correction

L'angle caractéristique de diffraction s'écrit $\theta = \frac{\lambda}{a}$ et, d'après la question précédente et l'approximation des petits angles, $\theta = \frac{L}{2D}$. On en déduit :

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{2\lambda D}{a}$$

Le produit $L \times a = 2\lambda D$ est donc constant : L est proportionnel à $\frac{1}{a}$.

5. Il faut maintenant construire une droite d'étalonnage pour déterminer l'épaisseur de votre cheveu. Rédigez un court protocole expliquant la méthode que l'on va utiliser et quelles grandeurs placer en ordonnée et en abscisse de votre graphique.

✓ Correction

D'après la relation $L = 2\lambda D \times \frac{1}{a}$, en traçant L en fonction de $\frac{1}{a}$ on obtient une **droite passant par l'origine**, de coefficient directeur $m = 2\lambda D$.

Protocole :

- fixer l'écran à une distance D de la fente et mesurer D au mètre ruban ;
- placer successivement chaque fente de largeur a connue devant le LASER, sans modifier D , et mesurer pour chacune la largeur L de la tache centrale sur l'écran ;
- tracer dans un tableur-grapheur L (en **ordonnée**, en mm) en fonction de $\frac{1}{a}$ (en **abscisse**, en mm^{-1}) : on obtient la droite d'étalonnage $L = m \times \frac{1}{a}$;
- remplacer la fente par le cheveu, toujours sans modifier D , et mesurer la largeur L_{cheveu} de sa tache centrale ;
- déterminer l'épaisseur du cheveu par **lecture graphique** : on repère L_{cheveu} en ordonnée, on rejoint la droite d'étalonnage par un trait horizontal en pointillés, puis on lit l'abscisse $\left(\frac{1}{a}\right)_{\text{cheveu}}$ grâce à un trait vertical en pointillés. L'épaisseur du cheveu est alors :

$$e = a_{\text{cheveu}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{a}\right)_{\text{cheveu}}}$$

D'après le théorème de Babinet, le cheveu (ouverture complémentaire d'une fente de largeur e) donne la même largeur de tache centrale qu'une fente de largeur e : il se comporte donc comme une fente de largeur e et la relation précédente s'applique.

6. Réaliser les manipulations :

- Placer successivement chaque fente devant le LASER, sans modifier la distance D , et mesurer pour chacune la largeur L de la tache centrale.
- Remplacer ensuite la fente par le cheveu, toujours sans modifier la distance D , et mesurer la largeur L_{cheveu} de la tache centrale obtenue.

Dans un tableur-grapheur, tracer la droite d'étalonnage puis en déduire l'épaisseur de votre cheveu. Vous pouvez également compléter le tableau ci-dessous.

Activité expérimentale n° 5 – Détermination de l'épaisseur d'un cheveu

Remarque

Penser à mesurer la distance « D » de votre montage : cette valeur sera utile pour la troisième partie.

$$D = 1,00 \text{ m}$$

a (mm)	0,40	0,28	0,12	0,10	0,05	0,04	0,07	cheveu
L (mm)	3,0	4,5	10,5	13,0	25,5	31,5	18,0	16,0

✓ Correction

Les largeurs L ci-dessus sont les mesures réalisées en séance (double décimètre, à $\pm 0,5 \text{ mm}$ près) ; elles peuvent varier légèrement d'une séance à l'autre.

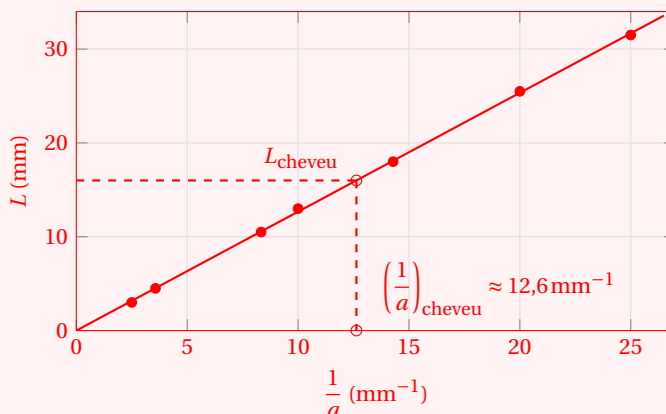
La droite d'étalonnage tracée a pour équation $L = 1,27 \text{ mm}^2 \times \frac{1}{a}$ (avec L en mm et a en mm). On y détermine l'épaisseur du cheveu à partir de la mesure $L_{\text{cheveu}} = 16,0 \text{ mm}$: le trait horizontal en pointillés mène à la droite d'étalonnage, puis le trait vertical en pointillés donne directement en abscisse

$$\left(\frac{1}{a}\right)_{\text{cheveu}} \approx 12,6 \text{ mm}^{-1}$$

D'après le théorème de Babinet, le cheveu se comporte comme une fente de largeur $e = a$, d'où :

$$e = \frac{1}{12,6 \text{ mm}^{-1}} = 7,9 \times 10^{-2} \text{ mm} \approx 79 \mu\text{m}$$

On retrouve bien $e = \frac{m}{L_{\text{cheveu}}}$: l'épaisseur du cheveu est d'environ $80 \mu\text{m}$.



Partie III – Vérification de la longueur d'onde du LASER

7. Modéliser la droite obtenue et noter la valeur de coefficient directeur « m » et de son incertitude associée.

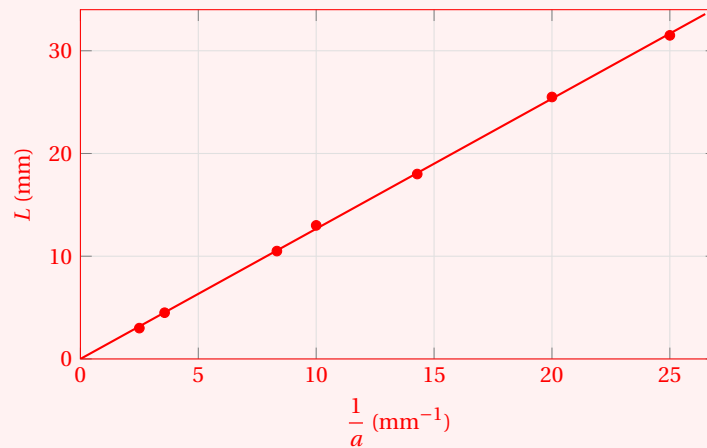
$$m = 1,27 \text{ mm}^2$$

et

$$u(m) = 0,05 \text{ mm}^2$$

✓ Correction

La modélisation de $L = f\left(\frac{1}{a}\right)$ donne une droite passant par l'origine (ordonnée à l'origine quasi nulle), de coefficient directeur $m \approx 1,27 \text{ mm}^2$ avec $u(m) \approx 0,05 \text{ mm}^2$.



8. À partir de la valeur de ce coefficient directeur et par identification avec la relation trouvée à la question 4, déterminer la valeur de la longueur d'onde du LASER.

Attention aux unités : le coefficient directeur m est ici homogène à une surface et s'exprime en mm^2 lorsque L est en mm, alors que la distance D s'exprime en m.

✓ Correction

D'après la question 4, $L = \frac{2\lambda D}{a} = 2\lambda D \times \frac{1}{a}$. Par identification avec $L = m \times \frac{1}{a}$:

$$m = 2\lambda D \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{m}{2D}$$

Il faut exprimer D en millimètres pour que m et D soient dans des unités cohérentes : $D = 1,00 \text{ m} = 1000 \text{ mm}$.

$$\lambda = \frac{1,27 \text{ mm}^2}{2 \times 1000 \text{ mm}} = 6,35 \times 10^{-4} \text{ mm} = 635 \text{ nm}$$

Activité expérimentale n° 5 – Détermination de l'épaisseur d'un cheveu

9. Estimer l'incertitude sur D puis calculer l'incertitude sur la longueur d'onde et exprimer λ sous la forme d'un encadrement. La mesure est-elle conforme à ce qui est écrit sur le LASER ?

$$u(\lambda) = \lambda \times \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2}$$

✓ Correction

$D = 1,00 \text{ m}$ est mesurée au mètre ruban; en tenant compte du positionnement de l'écran et de la fente, on estime $u(D) \approx 5 \text{ mm}$, soit :

$$\frac{u(D)}{D} = \frac{5 \text{ mm}}{1000 \text{ mm}} = 0,5\% \quad \text{et} \quad \frac{u(m)}{m} = \frac{0,05}{1,27} \approx 3,9\%$$

$$u(\lambda) = \lambda \times \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2} = 635 \times \sqrt{0,039^2 + 0,005^2} \approx 25 \text{ nm}$$

$$\lambda = 635 \text{ nm} \pm 25 \text{ nm} \quad \text{soit} \quad 610 \text{ nm} \leq \lambda \leq 660 \text{ nm}$$

La valeur inscrite sur le LASER ($\lambda_{\text{ref}} = 632,8 \text{ nm}$) appartient à cet encadrement; pour la comparer à la valeur mesurée, on calcule le **z-score** (écart normalisé) :

$$z = \frac{|\lambda_{\text{ref}} - \lambda_{\text{exp}}|}{u(\lambda)} = \frac{|632,8 - 635|}{25} \approx 0,09$$

$z < 2$: la longueur d'onde mesurée est donc **conforme** (compatible) à celle annoncée sur le LASER.

♥ À retenir

À retenir :

- Le **diffraction** est l'étalement d'une onde qui traverse une ouverture (ou rencontre un obstacle) de largeur a du même ordre de grandeur que la longueur d'onde λ (ou plus petite).
- L'**angle caractéristique de diffraction** θ (demi-angle d'ouverture du cône) est relié à λ et à a par $\theta = \frac{\lambda}{a}$: il augmente avec λ et diminue lorsque a augmente.
- **Droite d'étalonnage** $L = f\left(\frac{1}{a}\right)$: droite passant par l'origine, de coefficient directeur $m = 2\lambda D$. Elle permet de déterminer la longueur d'onde du LASER ($\lambda = \frac{m}{2D}$, avec m et D dans des unités cohérentes) et l'épaisseur du cheveu, soit par **lecture graphique** (on repère L_{cheveu} en ordonnée, on lit en abscisse, à l'aide de traits en pointillés, $\left(\frac{1}{a}\right)_{\text{cheveu}}$, puis $e = a = \frac{1}{(1/a)_{\text{cheveu}}}$), soit par le calcul $e = \frac{m}{L_{\text{cheveu}}}$.
- **Comparaison à une valeur de référence : le z-score** (écart normalisé) $z = \frac{|x_{\text{ref}} - x_{\text{exp}}|}{u(x)}$; si $z < 2$, la mesure est **conforme** (compatible avec la valeur de référence), sinon elle ne l'est pas.