

Décrire un mouvement

Vidéo : [Accéder à la vidéo du cours](#)

Manuel : pages 221 à 224



Vidéo du cours

6.1 Vecteurs position, vitesse et accélération

6.1.1 Vecteur position

On étudie le centre de gravité d'un **système**, noté M , dans un **référentiel galiléen**.

Le vecteur position relie l'origine O du repère au point M :

$$\overrightarrow{OM}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

Remarque

On peut aussi écrire $\overrightarrow{OM} = x(t) \vec{i} + y(t) \vec{j} + z(t) \vec{k}$.

La norme du vecteur position est $OM = \|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2 + z(t)^2}$.

6.1.2 Vecteur vitesse

La vitesse entre deux instants t et $t + \Delta t$ est :

$$\vec{v}_M = \frac{\overrightarrow{M(t)M(t+\Delta t)}}{\Delta t}$$

D'après la relation de Chasles :

$$\overrightarrow{M(t)M(t+\Delta t)} = \overrightarrow{OM(t+\Delta t)} - \overrightarrow{OM(t)}$$

Donc :

$$\vec{v}_M = \frac{\overrightarrow{OM(t+\Delta t)} - \overrightarrow{OM(t)}}{\Delta t}$$

En faisant tendre $\Delta t \rightarrow 0$, on obtient la dérivée de $\overrightarrow{OM}$.

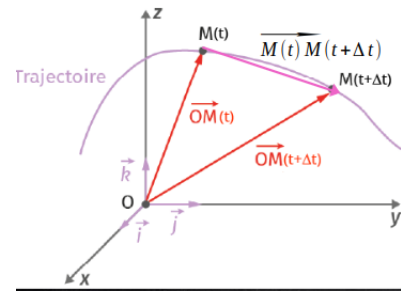


FIGURE 1 – Déplacement entre deux instants

Σ ♥ Formule à connaître

Le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps :

$$\vec{v}_M = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{pmatrix}$$

Le vecteur vitesse a pour **direction la tangente à la trajectoire**, son sens est celui du mouvement, et sa norme vaut :

$$v_M = \|\vec{v}_M\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

6.1.3 Vecteur accélération

L'accélération correspond à la variation de vitesse par unité de temps :

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

Σ ♥ Formule à connaître

Le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse :

$$\vec{a}_M = \frac{d\vec{v}_M}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dv_x}{dt} \\ \frac{dv_y}{dt} \\ \frac{dv_z}{dt} \end{pmatrix}$$

Sa norme vaut $a_M = \|\vec{a}_M\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

✓ Exemple

Les coordonnées du vecteur position sont :

$$\vec{OM} = \begin{pmatrix} 24t^2 + 12t + 3 \\ 3t + 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Déterminer la vitesse à $t = 0$ et $t = 3$ s, et montrer que l'accélération est constante.

Réponse :

Vecteur vitesse :

$$\vec{v}_M = \begin{pmatrix} 48t + 12 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{a}_M = \begin{pmatrix} 48 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

À $t = 0$: $v = \sqrt{12^2 + 3^2} = 12,4 \text{ m/s}$

À $t = 3$: $v = \sqrt{156^2 + 3^2} = 156 \text{ m/s}$

L'accélération est constante : $a = 48 \text{ m/s}^2$.

6.1.4 Mouvements particuliers

- Si $\vec{OM}$ ne dépend que d'une coordonnée : mouvement **rectiligne**.
- Si $\vec{OM}$ dépend de deux coordonnées : mouvement **plan**.
- Si $\vec{v}$ est constant : mouvement **uniforme**.
- Si $\vec{a}$ est constant et non nul : mouvement **uniformément accéléré**.

6.2 Le repère de Frenet

6.2.1 Cas général

♥ À retenir

Le repère de Frenet est un repère **mobile** utile pour les mouvements circulaires. Il est composé de :

- $\vec{T}$: vecteur unitaire tangent à la trajectoire ;
- $\vec{N}$: vecteur unitaire normal, perpendiculaire à $\vec{T}$, orienté vers l'intérieur de la trajectoire.

L'accélération s'écrit :

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{R} \vec{N}$$

où R est le rayon de courbure.

6.2.2 Mouvement circulaire uniforme

Si le mouvement est circulaire uniforme, v est constant donc $\frac{dv}{dt} = 0$:

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{N}$$

L'accélération est **centripète** (orientée vers le centre) et sa norme vaut $\frac{v^2}{R}$. Ce type de mouvement sera très utilisé dans le chapitre sur les lois de Kepler.

6.2.3 Compétences travaillées

Maîtrise			
Compétence			
Définir le vecteur vitesse comme la dérivée du vecteur position et le vecteur accélération comme la dérivée du vecteur vitesse.			
Établir les coordonnées cartésiennes des vecteurs vitesse et accélération à partir des coordonnées du vecteur position.			
Citer et exploiter les expressions des coordonnées des vitesse et accélération dans le repère de Frenet dans le cas d'un mouvement circulaire.			
Caractériser le vecteur accélération pour les mouvements : rectiligne, rectiligne uniforme, rectiligne uniformément accéléré, circulaire, circulaire uniforme.			
Réaliser et/ou exploiter une vidéo pour déterminer les coordonnées du vecteur position et en déduire les vecteurs vitesse et accélération.			