



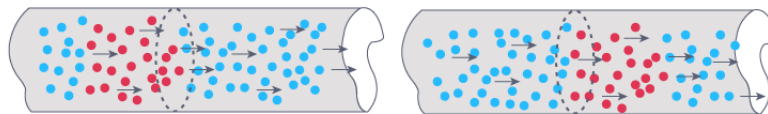
16.1 Intensité du courant électrique

À retenir

L'intensité du courant électrique traversant une portion d'un circuit est égale à la quantité de charge traversant cette portion par unité de temps.

En courant continu, l'intensité I qui traverse un circuit est constante au cours du temps :

$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$



Portion d'un conducteur électrique

Charge électrique ayant circulé pendant la durée $\Delta t = t_2 - t_1$

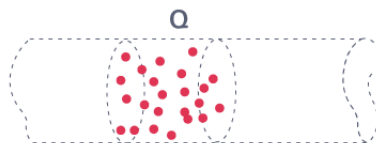


FIGURE 1 – Débit de charges à travers une section d'un circuit

En régime variable, la charge électrique et donc l'intensité qui traverse le circuit varient au cours du temps. L'intensité en régime variable se note i . Si l'on fait tendre Δt vers 0, il vient que :

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta Q}{\Delta t} \right) = \frac{dq}{dt}$$

Remarque

Les grandeurs sont toujours écrites en majuscules en régime continu et en minuscule pour les régimes variables.

Formule à connaître

En régime variable, l'intensité du courant électrique est égale à la dérivée de la charge électrique par rapport au temps :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Avec :

- q la charge électrique en coulomb (C) ;
- i l'intensité du courant en ampère (A) ;
- Δt la durée en seconde (s).

16.2 Les condensateurs

16.2.1 Caractéristiques d'un condensateur plan

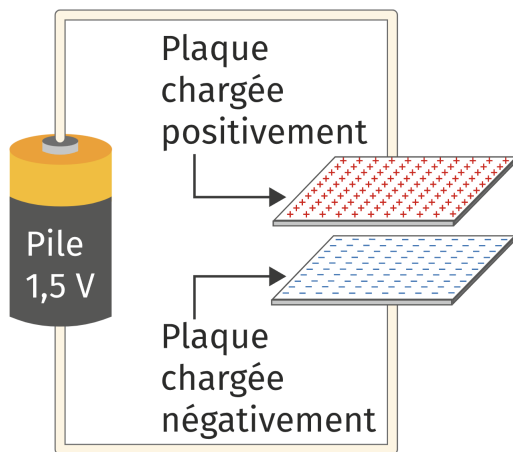


FIGURE 2 – Un condensateur relié à une pile

Les condensateurs sont des dipôles composés de deux **armatures conductrices, en regard l'une de l'autre, séparées par un matériau isolant**. Dans le cas le plus simple, les deux armatures sont séparées par de l'air.

Lorsque l'on charge un condensateur, **les électrons s'accumulent sur la plaque reliée à la borne négative** de la pile ou du générateur.

Une des plaques est donc chargée positivement tandis que l'autre est chargée négativement. Il se crée donc une différence de potentiel entre les deux plaques : il apparaît une **tension électrique aux bornes du condensateur**.

Lorsque la tension aux bornes du condensateur, notée u_C , est égale à la tension fournie par la pile, le condensateur est chargé et le courant ne circule plus dans le circuit.

Σ ♥ Formule à connaître

Dans un condensateur, la charge portée par les armatures est reliée à la tension à ses bornes par une grandeur appelée **capacité**, notée C et exprimée en farad (F) :

$$q = C \times u_C$$

avec :

- q la charge électrique en coulomb (C) ;
- C la capacité du condensateur en farad (F) ;
- u_C la tension en volt (V).

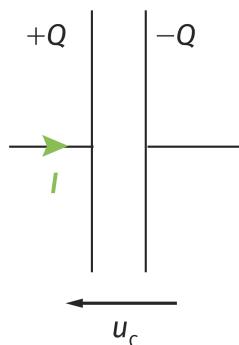


FIGURE 3 – Armatures chargées d'un condensateur plan

16.2.2 Influence de la géométrie du condensateur sur sa capacité

Dans le cas où un condensateur est constitué de deux plaques de mêmes dimensions séparées par une distance e constituée d'air, la capacité du condensateur est reliée à sa géométrie par la relation :

$$C = \frac{\epsilon S}{e}$$

Remarque

Cette formule n'est pas à apprendre par cœur. On voit cependant que :

- si la surface des plaques augmente, la capacité du condensateur augmente ;
- si la distance entre les plaques augmente, la capacité du condensateur diminue ;
- il est possible de modifier la valeur de ϵ pour modifier la capacité : si l'on remplace l'air par un matériau « davantage isolant » que l'air, ϵ augmente et la capacité augmente également.

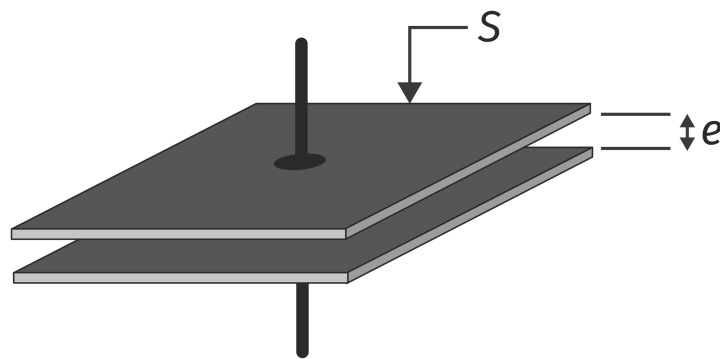


FIGURE 4 – La géométrie du condensateur correspond à la surface S de ses plaques ainsi qu'à la distance e entre elles

À retenir

Les capacités rencontrées sont généralement comprises entre le microfarad (10^{-6} F) et le picofarad (10^{-12} F).

16.3 Le circuit RC en série

Le circuit étudié est composé d'un générateur, d'une résistance R , d'une capacité notée C ainsi que d'un commutateur. Le commutateur est un « double » interrupteur qui peut se positionner en position 1 ou 2.

- En position 1, le circuit est composé du générateur, de la résistance et de la capacité : c'est un circuit qui permet de **charger le condensateur**.
- En position 2, le circuit est uniquement composé de la résistance et de la capacité : ce circuit permet la **décharge du condensateur**.

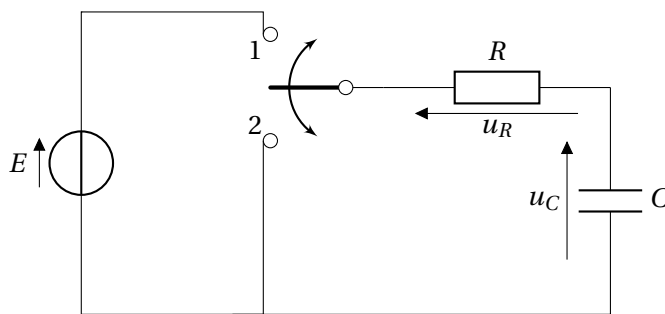


FIGURE 5 – Charge ou décharge d'un condensateur

Les circuits RC sont très utilisés dans l'électronique : systèmes de déclenchement automatique de lumière, airbags, pacemakers...

16.3.1 La charge du condensateur

Schéma du montage

Étudions dans un premier temps la charge du condensateur. On considère qu'à $t = 0$ il est initialement déchargé, donc $u_C(t = 0) = 0$. À la fin de la charge, la tension aux bornes du condensateur sera égale à la tension fournie par le générateur, donc $u_C(t \rightarrow \infty) = E$.

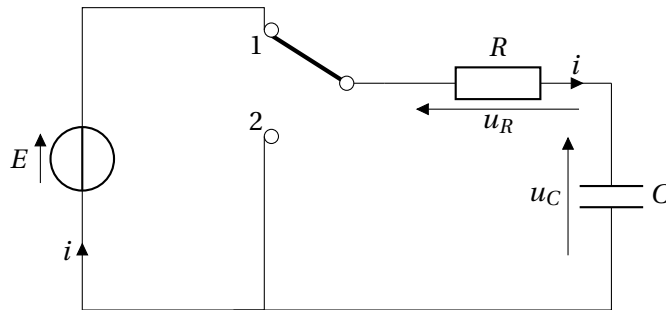


FIGURE 6 – Position 1 : charge d'un condensateur

Équation différentielle relative à la charge du condensateur

Remarque

La méthode est à connaître et à savoir refaire en citant les lois utilisées!

Loi des mailles : la tension fournie par le générateur est égale à la somme des tensions reçues par les récepteurs, il vient donc que

$$E = u_C + u_R$$

Or, d'après la **loi d'Ohm** :

$$u_R = R i$$

d'où

$$E = u_C + R i$$

On sait également que

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{et que} \quad q = C u_C$$

On a donc

$$i = \frac{d(C u_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

car la capacité C est constante.

Finalement

$$E = u_C + R C \frac{du_C}{dt}$$

que l'on peut réécrire sous la forme

$$\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}} \quad (1)$$

C'est une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants avec second membre constant. Une équation différentielle est une équation qui contient à la fois la variable (ici u_C) et sa dérivée.

Résolution de l'équation différentielle

Les solutions à cette équation sont de la forme

$$u_C = A e^{-\frac{t}{RC}} + B$$

avec A et B des constantes d'intégration. Ces constantes se déterminent grâce aux conditions aux limites :

- condition initiale : $u_C(t=0) = 0$;
- condition lorsque t tend vers l'infini : $u_C(t \rightarrow \infty) = E$.

Condition initiale :

$$u_C(t=0) = A e^{-\frac{0}{RC}} + B = A + B = 0 \quad \Leftrightarrow \quad A = -B$$

Condition à la limite :

$$u_C(t \rightarrow \infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(A e^{-\frac{t}{RC}} + B \right) = B = E$$

Il vient donc que $B = E$ et que $A = -E$, et donc la solution de l'équation différentielle est :

$$u_C = -E e^{-\frac{t}{RC}} + E$$

que l'on peut réécrire sous la forme

$$u_C = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad (2)$$

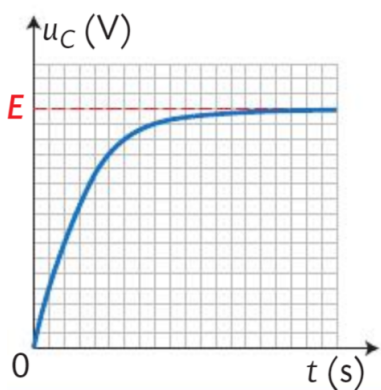


FIGURE 7 – Graphique de la charge d'un condensateur au cours du temps

Cette équation respecte ce que l'on obtient expérimentalement si l'on mesure la tension aux bornes du condensateur au cours du temps. En effet, on voit bien que si :

- $t = 0$, alors $u_C = E \left(1 - e^{-\frac{0}{RC}} \right) = E(1 - 1) = 0$;
- $t \rightarrow \infty$, alors $\lim_{t \rightarrow \infty} \left(u_C = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \right) = E(1 - 0) = E$.

Vérification de la solution

À retenir

Pour vérifier qu'une expression est bien solution de l'équation différentielle, on injecte la solution obtenue dans l'équation différentielle. La méthode est simple : on calcule le terme $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC}$ et on vérifie que le résultat est bien égal à $\frac{E}{RC}$.

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{d}{dt} \left(E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \right) + \frac{E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)}{RC} = E \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{E}{RC} - E \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{RC}$$

La solution (2) est donc bien solution de l'équation différentielle (1).

16.3.2 La décharge du condensateur

Schéma du montage

Ce cas est plus simple à traiter car il n'y a pas de générateur dans le circuit : le circuit est uniquement composé de la résistance et du condensateur. On considère que le condensateur est initialement chargé et donc que $u_C(t=0) = E$.

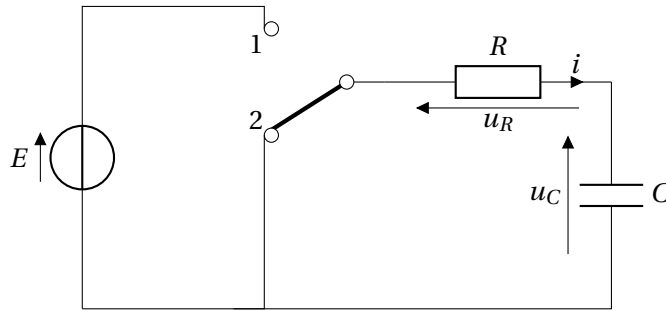


FIGURE 8 – Position 2 : décharge d'un condensateur

Équation différentielle relative à la décharge du condensateur

Loi des mailles : il vient

$$u_C + u_R = 0$$

Or, d'après la **loi d'Ohm** :

$$u_R = R i$$

d'où

$$u_C + R i = 0$$

On sait également que

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{et que} \quad q = C u_C$$

On a donc

$$i = \frac{d(C u_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

Finalement

$$u_C + R C \frac{du_C}{dt} = 0$$

que l'on peut réécrire sous la forme

$$\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = 0} \quad (3)$$

C'est une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants avec second membre nul.

Résolution de l'équation différentielle

Les solutions à cette équation sont de la forme $u_C = A e^{-\frac{t}{RC}}$ avec A une constante d'intégration. Cette constante se détermine grâce à la condition initiale : $u_C(t=0) = E$.

$$u_C(t=0) = A e^{-\frac{0}{RC}} = A = E \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{A = E}$$

La solution de l'équation différentielle est donc

$$\boxed{u_C = E e^{-\frac{t}{RC}}} \quad (4)$$

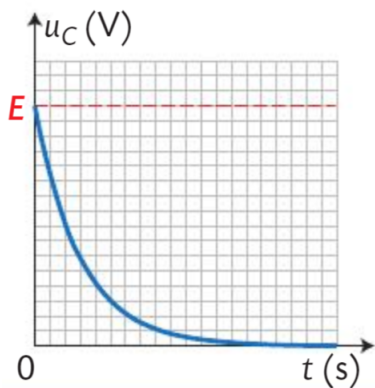


FIGURE 9 – Graphique de la décharge d'un condensateur au cours du temps

Cette équation respecte ce que l'on obtient expérimentalement si l'on mesure la tension aux bornes du condensateur au cours du temps. En effet, on voit bien que pour $t = 0$:

$$u_C = E e^{-\frac{0}{RC}} = E$$

Vérification de la solution

À retenir

On injecte la solution (4) dans l'équation différentielle (3). On calcule le terme $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC}$ et on vérifie que le résultat est bien égal à 0.

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{d}{dt} \left(E e^{-\frac{t}{RC}} \right) + \frac{E e^{-\frac{t}{RC}}}{RC} = \frac{-E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = 0$$

La solution (4) est donc bien solution de l'équation différentielle.

16.4 Temps caractéristique d'un circuit RC

La grandeur se trouvant dans une exponentielle est adimensionnée (sans unité). Si $\frac{t}{RC}$ est sans dimension, alors le produit RC est forcément dans la même dimension (unité) que le temps.

Σ Formule à connaître

Le produit RC possède la dimension d'un temps et se note τ . Il correspond au **temps caractéristique** de charge ou de décharge d'un circuit RC. Plus la valeur de τ est élevée, plus le circuit met du temps à se charger ou à se décharger complètement :

$$\tau = RC$$

avec :

- τ en seconde (s) ;
- R en ohm (Ω) ;
- C en farad (F).

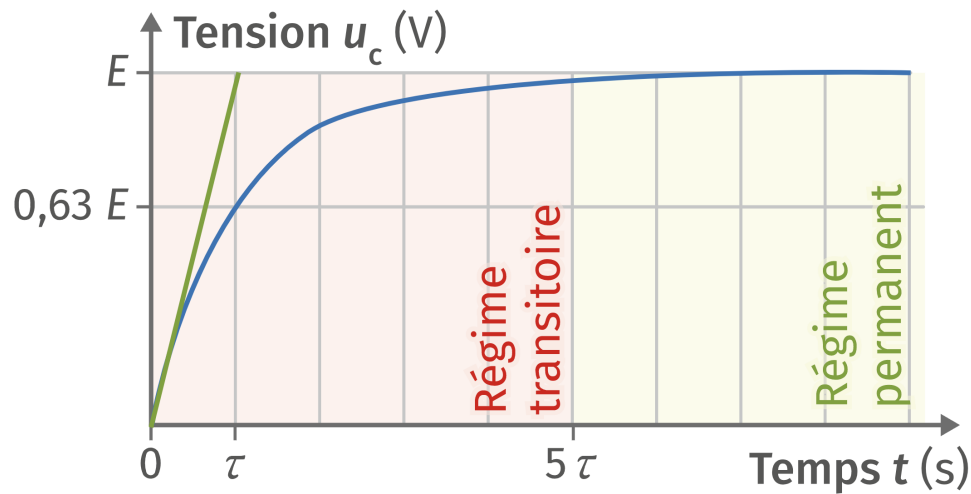


FIGURE 10 – Régime transitoire et régime permanent

Ce graphique montre la charge d'un condensateur. Quel est le pourcentage de charge au bout de 5τ ?

$$u_C(t = 5\tau) = E \left(1 - e^{-\frac{5\tau}{\tau}} \right) = E(1 - e^{-5}) \approx 0,99 \approx 99 \%$$

On considère que la charge du condensateur est de 99 % au bout de 5τ .

♥ À retenir

- Entre 0 et 5τ , le condensateur se charge ou se décharge : c'est le **régime transitoire**.
- À partir de 5τ , on considère que le condensateur est chargé ou déchargé : c'est le **régime permanent**.

16.4.1 Détermination graphique du temps caractéristique τ

♥ À retenir

Deux méthodes sont possibles (voir figure 10) :

- on trace la tangente à la courbe à l'origine et on repère le croisement $u_C = E$ dans le cas de la charge, ou $u_C = 0$ dans le cas de la décharge (valeur asymptotique de la tension finale) ;
- on intersecte la courbe pour $u_C = 0,63 E$ et on lit la valeur de τ en abscisse pour la charge, $u_C = 0,37 E$ pour la décharge.

En effet, pour la charge :

$$u_C(t = \tau) = E \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}} \right) = E(1 - e^{-1}) \approx 0,63 E \approx 63 \% \text{ de } E$$

et pour la décharge :

$$u_C(t = \tau) = E e^{-\frac{\tau}{\tau}} = E e^{-1} \approx 0,37 E \approx 37 \% \text{ de } E$$

Maîtrise			
Compétence			
Relier l'intensité d'un courant électrique au débit de charges.			
Citer des ordres de grandeur de valeurs de capacités usuelles.			
<i>Compétence expérimentale : Identifier et tester le comportement capacitif d'un dipôle. Illustrer qualitativement, par exemple à l'aide d'un microcontrôleur, d'un multimètre ou d'une carte d'acquisition, l'effet de la géométrie d'un condensateur sur la valeur de sa capacité.</i>			
Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes d'un condensateur dans le cas de sa charge par une source idéale de tension et dans le cas de sa décharge.			
Expliquer le principe de fonctionnement de quelques capteurs capacitifs.			
<i>Compétence expérimentale : Étudier la réponse d'un dispositif modélisé par un dipôle RC. Déterminer le temps caractéristique d'un dipôle RC à l'aide d'un microcontrôleur, d'une carte d'acquisition ou d'un oscilloscope.</i>			