

Mouvement dans un champ uniforme

Vidéo : [Accéder à la vidéo du cours](#)

Manuel : pages 242 à 246



Vidéo du cours

7.1 Deuxième loi de Newton

7.1.1 Le référentiel galiléen

À retenir

Un référentiel est galiléen si la première loi de Newton s'applique dans ce référentiel : un corps soumis à aucune force ou à des forces qui se compensent persévère dans son mouvement rectiligne uniforme.

$$\text{Si } \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \text{ alors } \vec{v} = \text{constante}$$

Remarque

Les référentiels en rotation ne sont pas galiléens. Si la durée de l'expérience menée à la surface de la Terre est courte devant la période de rotation de la Terre sur elle-même, alors on peut faire **l'approximation que le référentiel terrestre est galiléen**.

7.1.2 La deuxième loi de Newton

Formule à connaître

La deuxième loi de Newton, également appelée **principe fondamental de la dynamique**, stipule que dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées sur un système est égale au produit de sa masse par son accélération :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$$

7.2 Mouvement dans un champ de pesanteur

7.2.1 Accélération de la pesanteur

La Terre, de par sa masse, produit autour d'elle un champ gravitationnel. Localement, à la surface de la Terre, on considère que le champ de pesanteur $\vec{g}$ est constant et sa norme vaut $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

7.2.2 Le Poids

Un système placé dans le champ de pesanteur terrestre subit une force qui s'appelle le poids :

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

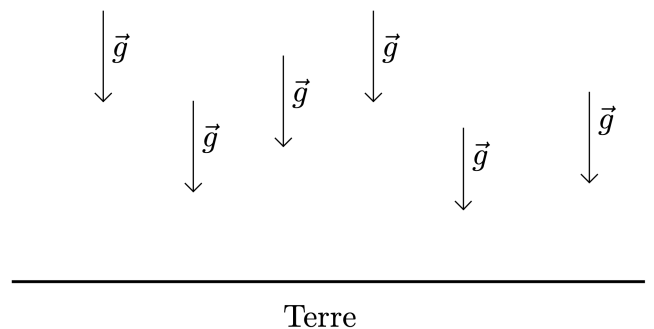


FIGURE 1 – Accélération de la pesanteur à la surface de la Terre

7.2.3 Point math sur les primitives

À retenir

La fonction $F(t)$ est une primitive de $f(t)$ si $\frac{dF}{dt} = f(t)$.

Pour résumer, la primitive d'une fonction est l'opération réciproque de la dérivée : si l'on dérive la primitive d'une fonction, on retombe sur cette fonction.

Exemple

Quelques primitives à connaître :

$$f(t) = 0 \xrightarrow{\text{primitive}} F(t) = C$$

$$f(t) = A \xrightarrow{\text{primitive}} F(t) = At + C$$

$$f(t) = t \xrightarrow{\text{primitive}} F(t) = \frac{t^2}{2} + C$$

où A et C sont des constantes. C est appelée **constante d'intégration** : une primitive est **toujours** définie à une constante près.

7.2.4 Étude d'un mouvement dans le champ de pesanteur terrestre

Prenons l'exemple le plus général : un système est lancé depuis une hauteur h avec une vitesse initiale de norme v_0 . Le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ est incliné d'un angle α avec l'horizontale. Les frottements sont négligés.

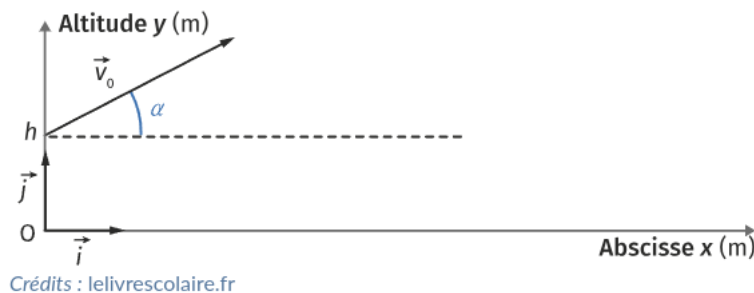


FIGURE 2 – Schéma du mouvement étudié

Méthode :

1. **Identifier le système puis faire un bilan des forces** : seul le poids $\vec{P}$ s'applique.
2. **Préciser le référentiel** : référentiel terrestre supposé galiléen.
3. **Appliquer la deuxième loi de Newton**

$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_{\text{ext}} &= m \vec{a} \\ \vec{P} &= m \vec{a} \\ m \vec{g} &= m \vec{a} \\ \vec{g} &= \vec{a}\end{aligned}$$

Remarque

Le résultat $\vec{g} = \vec{a}$ signifie que si l'on néglige les frottements, la chute des objets ne dépend pas de leur masse ! Cette expérience a été confirmée sur la Lune en 1968.

4. Projeter le vecteur $\vec{g}$ dans le repère cartésien

Le vecteur $\vec{g}$ a pour coordonnées :

$$\vec{g} \begin{cases} 0 \\ -g \end{cases}$$

Le signe « - » vient du fait que $\vec{g}$ est orienté vers le bas tandis que $\vec{j}$ est orienté vers le haut.

D'après l'égalité $\vec{g} = \vec{a}$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

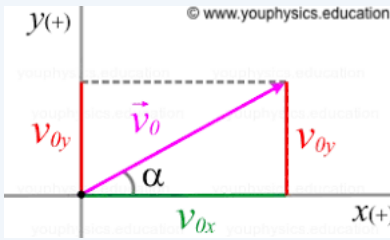
5. Déterminer les primitives pour obtenir vitesse puis position

La vitesse est une primitive de l'accélération :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = A_1 \\ v_y = -g t + B_1 \end{cases}$$

À retenir

Pour déterminer les constantes d'intégration, on utilise les conditions initiales à $t = 0$ où l'on connaît $\vec{v}_0$.



Les composantes de $\vec{v}_0$ sont :

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

On obtient :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = -g t + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

À retenir

Ces équations sont les **équations horaires de la vitesse**.

La position est une primitive de la vitesse :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t + A_2 \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha t + B_2 \end{cases}$$

Conditions initiales : $x_0 = 0$ et $y_0 = h$. Donc $A_2 = 0$ et $B_2 = h$.

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha t + h \end{cases}$$

À retenir

Ces équations sont les **équations horaires de la position**.

6. Déterminer l'équation de la trajectoire

À retenir

L'équation de la trajectoire $y = f(x)$ ne dépend plus du temps. On isole t dans l'équation de x et on l'injecte dans celle de y .

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + v_0 \sin \alpha \frac{x}{v_0 \cos \alpha} + h = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x + h$$

$$y = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x + h$$

Remarque

On reconnaît une parabole $y = ax^2 + bx + c$ avec $a < 0$ (branches orientées vers le bas). Le mouvement est contenu dans un plan (deux dimensions).

✓ Exemple

Un joueur de rugby réalise une chandelle. Il communique au ballon une vitesse $v_0 = 8,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ formant un angle $\alpha = 50^\circ$ avec l'horizontale. À $t = 0 \text{ s}$, le ballon se trouve à une hauteur $h = 1,0 \text{ m}$ au-dessus du sol.

1. Calculer la hauteur maximale H atteinte par le ballon.

On sait que lorsque le ballon est au sommet de sa trajectoire, **le vecteur vitesse est horizontal** et donc $v_y = 0$. D'après les équations horaires de la vitesse, il vient :

$$0 = -g t_{\text{sommet}} + v_0 \sin \alpha \Leftrightarrow t_{\text{sommet}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

Pour $t = t_{\text{sommet}}$ on sait que $y = H$ d'où :

$$\begin{aligned} H &= -\frac{1}{2} g t_{\text{sommet}}^2 + v_0 \sin \alpha t_{\text{sommet}} + h \\ H &= -\frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 + v_0 \sin \alpha \frac{v_0 \sin \alpha}{g} + h \\ H &= -\frac{1}{2} \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{g} + \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{g} + h \\ H &= \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2g} + h = \frac{(8.0 \times \sin 50)^2}{2 \times 9.81} + 1 = 2,9 \text{ m} \end{aligned}$$

2. Déterminer la distance à laquelle le ballon touche le sol.

Lorsque le ballon touche le sol, on sait que $y=0$, à partir de l'équation de la trajectoire, il vient que :

$$0 = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x + h$$

C'est une équation du second degré en x qui possède donc deux solutions :

$$\Delta = b^2 - 4ac = \tan^2 \alpha + 4 \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} \times h = \tan^2 50 + \frac{4 \times 9.81}{2 \times 8.0^2 \cos^2 50} \times 1.0 = 2.16$$

Les deux solutions sont :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\tan \alpha + \sqrt{2.16}}{2 \times \left(-\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}\right)} = \frac{(v_0^2 \cos^2 \alpha)(\tan \alpha - \sqrt{2.16})}{g} = \frac{(8.0^2 \cos^2 50)(\tan 50 - \sqrt{2.16})}{9.81} = -0,75 \text{ m}$$

et

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(v_0^2 \cos^2 \alpha)(\tan \alpha + \sqrt{2.16})}{g} = \frac{(8.0^2 \cos^2 50)(\tan 50 + \sqrt{2.16})}{9.81} = 7,2 \text{ m}$$

La solution 1 n'a pas de sens physique, c'est la solution x_2 que l'on retient, le ballon touche le sol pour une distance égale à 7,2 m.

7.3 Mouvement dans un champ électrique

On étudie le mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme (exemple : un électron de charge $q = -e$).

Le champ électrique $\vec{E}$ s'exprime par :

$$\vec{E} = -\frac{U}{d} \vec{j}$$

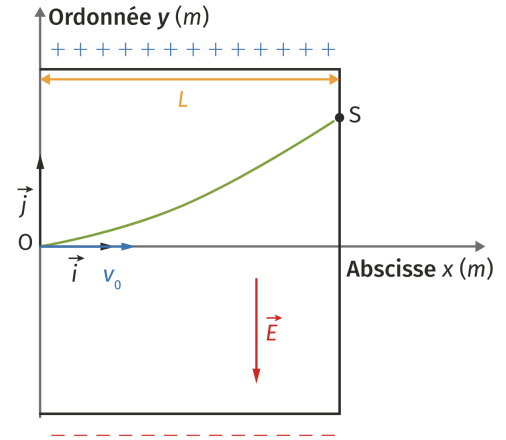


FIGURE 3 – Trajectoire d'un électron dans un champ électrique uniforme

Σ ♥ Formule à connaître

La force électrique subie par une particule chargée dans un champ électrique uniforme est :

$$\vec{F}_e = q \vec{E}$$

avec q la charge de la particule ($q = +e$ pour un proton, $q = -e$ pour un électron).

Bilan des forces : $\vec{F}_e$ et $\vec{P}$.

Ordres de grandeur pour $E = 1 \times 10^4 \text{ V/m}$:

- $P = mg \sim 1 \times 10^{-29} \text{ N}$
- $F_e = qE \sim 1 \times 10^{-15} \text{ N}$

Remarque

$F_e \gg P$: la force électrique est 10^{14} fois plus grande que le poids. On néglige donc $\vec{P}$.

Donc, d'après la seconde loi de Newton, vu que la seule force qui s'applique sur le système est la force électrique F_e , on a :

$$\vec{F}_e = m \vec{a}$$

Projetons la force $\vec{F}_e$ afin d'obtenir les coordonnées du vecteur accélération :

$$\begin{aligned} \vec{F}_e &= m \vec{a} \\ \Leftrightarrow -e \vec{E} &= m \vec{a} \end{aligned}$$

Les coordonnées du vecteur $\vec{E}$ sont

$$\vec{E} \begin{cases} 0 \\ -E \end{cases}$$

Attention : Il faut bien sûr s'adapter à l'exercice et ces coordonnées pour $\vec{E}$ ne seront pas toujours identiques!!

Il vient donc que :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{eE}{m} \end{cases}$$

Il faut à présent déterminer les équations horaires de la vitesse puis celles de la position comme dans la section précédente.

L'accélération est la dérivée de la vitesse par rapport au temps, alors la vitesse est une primitive de l'accélération. On a donc :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = A_1 \\ v_y = \frac{eE}{m}t + B_1 \end{cases}$$

Utilisation des conditions initiales : Le vecteur vitesse initial a pour coordonnées $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$

Il vient que :

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = A_1 = v_0 \\ v_{0y} = \frac{eE}{m} \times 0 + B_1 = B_1 = 0 \end{cases}$$

On voit donc que :

$$\boxed{A_1 = v_0} \text{ et } \boxed{B_1 = 0}$$

Le vecteur vitesse a donc pour coordonnées :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{eE}{m}t \end{cases}$$

La vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps, alors le vecteur position est une primitive du vecteur vitesse. On a donc :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = v_0 t + A_2 \\ y = \frac{eE}{2m}t^2 + B_2 \end{cases}$$

Utilisation des conditions initiales : Le vecteur position initiale a pour coordonnées $\overrightarrow{OM_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$

Il vient que :

$$\overrightarrow{OM_0} \begin{cases} x_0 = A_2 = 0 \\ y_0 = B_2 = 0 \end{cases}$$

On voit donc que :

$$A_2 = 0 \text{ et } B_2 = 0$$

Le vecteur position a donc pour coordonnées :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{eE}{2m} t^2 \end{cases}$$

Pour finir, on peut déterminer l'équation de la trajectoire de l'électron dans ce champ électrique :

$$x = v_0 t \Leftrightarrow t = \frac{x}{v_0}$$

Il vient que :

$$y = \frac{eE}{2m} \frac{x^2}{v_0^2}$$

En réorganisant :

$$y = \frac{eE}{2m v_0^2} x^2$$



Remarque

On retrouve à nouveau l'équation d'une parabole $y = ax^2 + bx + c$, mais cette fois avec $a > 0$, $b = 0$ et $c = 0$: les branches de la parabole sont orientées vers le haut, c'est bien le cas comme le montre la figure précédente.

Les équations de trajectoire ne sont évidemment pas à apprendre par cœur, il faut cependant savoir les retrouver en réappliquant la méthode en fonction des **données de l'exercice** et notamment des **conditions initiales**.

7.4 Aspects énergétiques

Cette partie a déjà été traitée l'an dernier en classe de première. **Il faut revoir son cours de première!**

7.4.1 Conservation de l'énergie mécanique

Énergie mécanique



À retenir

Si un système n'est soumis qu'à des **forces conservatives** alors l'énergie mécanique totale du système est conservée.

On rappelle les différentes relations utiles :

Σ ♥ Formule à connaître

$$E_m = E_c + E_{pp}$$

avec :

- E_m l'énergie mécanique
- E_c l'énergie cinétique
- E_{pp} l'énergie potentielle de pesanteur

Ces trois énergies étant exprimées en joules.

♥ À retenir

Les forces de frottement ne sont pas des forces conservatives. Si l'on ne peut pas négliger les frottements lors de l'étude d'un mouvement, alors l'énergie mécanique diminue au cours du temps. L'énergie est perdue sous la forme d'énergie thermique.

Énergie cinétique

Σ ♥ Formule à connaître

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

avec :

- m la masse du système en kilogramme (kg)
- v la vitesse du système en mètres par seconde ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

Énergie potentielle de pesanteur

Σ ♥ Formule à connaître

$$E_{pp} = mgz$$

avec :

- m la masse du système en kilogramme (kg)
- z l'altitude du système en mètre (m)
- g l'intensité de la pesanteur ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)

Remarque : L'énergie potentielle de pesanteur est généralement choisie égale à zéro au niveau du sol.

7.4.2 Théorème de l'énergie cinétique

Σ ♥ Formule à connaître

Le théorème de l'énergie cinétique stipule que la variation d'énergie cinétique d'un système le long d'un trajet $A \rightarrow B$ est égale à la somme des travaux des forces qui s'appliquent sur lui.

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{ext})$$

Remarque

On rappelle que le travail d'une force est donné par le produit scalaire de cette force et le vecteur déplacement :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos(\vec{F}, \vec{AB})$$

Exemple

Un électron se déplace entre les deux armatures d'un condensateur plan. La distance AB entre les deux plaques est de 10 cm et la tension appliquée entre les plaques est de $U = 400$ volt. En négligeant le poids de l'électron, déterminer sa vitesse lorsqu'il atteint la plaque positive. Il est émis par la plaque négative avec une vitesse nulle.

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre le point B (départ, plaque négative) et le point A (arrivée, plaque positive) :

$$E_c(A) - E_c(B) = W_{B \rightarrow A}(\vec{F}_{ext})$$

La seule force qui travaille est la force électrique. L'électron étant chargé négativement, la force électrique $\vec{F}_e$ qu'il subit est orientée de la plaque négative (B) vers la plaque positive (A), c'est-à-dire dans le même sens que son déplacement :

$$W_{B \rightarrow A}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \vec{BA}$$

Calcul du travail de la force électrique :

$$W_{B \rightarrow A}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \vec{BA} = eE \times AB \times \cos(0^\circ) = eE \times AB$$

Il vient donc, compte tenu que la vitesse est nulle au point B (plaque négative, départ) :

$$E_c(A) = eE \times AB$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = eE \times AB$$

$$v = \sqrt{\frac{2eE \times AB}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

$$\text{car } E = \frac{U}{AB}$$

Application numérique :

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 400}{9,11 \times 10^{-31}}} = 1,2 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

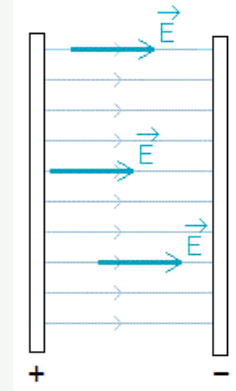


FIGURE 4 – La plaque positive est notée A, la plaque négative B

7.5 Accélérateur linéaire de particules

Le principe est de réussir à accélérer des particules chargées grâce à un champ électrique extérieur. Ce champ va exercer sur la particule une force électrique. Par exemple, dans le cas d'un proton chargé positivement, il faut que le champ électrique soit orienté dans le même sens que le sens de déplacement voulu pour ce proton. Dans les tubes le champ électrique est

nul, il doit être maximal et toujours orienté dans le même sens lors du passage de la particule entre deux tubes, afin de lui fournir une énergie cinétique maximale. Vu que la vitesse de la particule augmente, il faut des tubes de plus en plus longs!

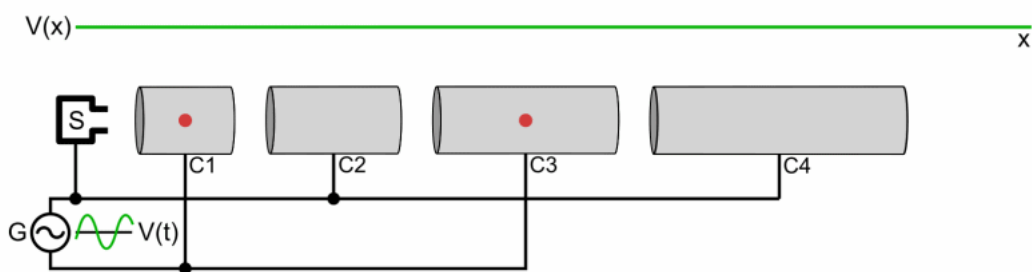


FIGURE 5 – Animation disponible dans la vidéo

Maîtrise			
Compétence			
Montrer que le mouvement dans un champ uniforme est plan.			
Établir et exploiter les équations horaires du mouvement.			
Établir l'équation de la trajectoire.			
Discuter de l'influence des grandeurs physiques sur les caractéristiques du champ électrique créé par un condensateur plan, son expression étant donnée.			
Décrire le principe d'un accélérateur linéaire de particules chargées.			
Exploiter la conservation de l'énergie mécanique ou le théorème de l'énergie cinétique dans le cas du mouvement dans un champ uniforme.			
Compétence expérimentale : Utiliser des capteurs ou une vidéo pour déterminer les équations horaires du mouvement du centre de masse d'un système dans un champ uniforme. Étudier l'évolution des énergies cinétique, potentielle et mécanique.			